

Cell Transmission 모형의 오차의 원인 및 범위에 대한 연구

A Study on the Cause and Range for Error of Cell Transmission Model

유재광* · 노정현** · 박영욱***

You, Jae-Kwang · Rho, Jeong-Hyun · Park, Young-Wook

Abstract

Since the queues caused by traffic congestion often occurred in the urban area, it became difficult for drivers to forecast the accurate travel time to the destination. Therefore, the importance of forecasting model for the expansion of spatially formed queueing length and reliable queueing length about the property of bottleneck phenomenon is highlighted. In this study, we used the CT (Cell Transmission) model which is one of the traffic flow models that analyzes the queue to analyze the maximum length of queue and the travel time of car in the unexpected incident and to examine the intrinsic error bound.

As a result, in case of the expressway having tighter speed limit than urban arterial road, the q-k curve analyzing the traffic flow have smaller error bound. Consequently, in case of an expressway with higher speed limit than urban arterial road, analyzing the queue assuming that the q-k curve for the traffic flow analysis is trapezoidal shape has smaller error bound than the triangular q-k curve had smaller error bound. In the other way, triangular shape was suitable for urban arterial road.

키 워 드 ■ 셀전이, LWR, 교통량-밀도 곡선, 대기행렬, 연속 교통류

Keywords ■ Cell Transmission, LWR, Q-K Curve, Queue, Uninterrupted Traffic Flow

I. 서 론

1. 연구의 배경 및 목적

1970년대 이후 급격한 사회·경제의 성장과 더불어 도시의 팽창은 교통의 발달을 촉진시켜왔으며, 자동차 보급률의 비약적인 증가는 교통혼잡을 야기하게 되었다. 우리나라의 경우 도로혼잡구간이 나날이 증가하게 되었고, 특히, 교통혼잡에 따른 대기행렬이 도시 곳곳에서 발생하고, 이에 따라 운전자들

목적지까지의 정확한 통행시간 예측이 어렵게 되었다. 따라서 공간상에 형성되는 대기행렬 길이의 확장 및 병목현상의 특성에 대한 연구의 중요성이 대두되고 있으며, 신뢰성 있는 대기행렬의 길이를 예측하는 모형은 이러한 현상을 설명하는데 있어서 핵심연구로 자리잡고 있다. 본 연구에서 분석할 Daganzo(1994)의 셀전이모형(Cell Transmission: 이하 CT 모형이라 함)은 이러한 대기행렬을 해석하는 교통류 모형 중 하나로써 복잡한 교통류를 동적 상황 하에서 분석 할 수 있는 모형이다. 이러한

* Department of Urban Design & Planning, Hanyang University

** Graduate School of Urban Studies, Hanyang University (Corresponding author: jhrho@hanyang.ac.kr)

*** KOREA Smart Card Cooperation, Ltd., Seoul

이점 때문에 CT 모형에 대한 연구는 국외[Li, et al.(1999), Ziliaskopoulos(2000)] 및 국내[김주영(1999), 이광훈(2002), 허겸(2003), 오창석 외(2016)]에서 교통류 이론으로 활발히 진행되고 있다. CT 모형에서는 실측치와 모형치 간에는 곡선의 형태로 인해 교통량-밀도 관계식과 속도-밀도 관계식에 대한 오차가 어느 정도 존재한다고 가정하고 있다. 그러나 이에 대한 원인을 명확히 규명하지 못했을 뿐만 아니라 오차의 범위를 수리적으로 설명하지 못하였다. 따라서 본 연구에서는 오차의 원인을 분석하고 오차의 범위를 수리적으로 해석하여 향후 국내 도로 특성에 맞는 연속류 모형의 발전가능성을 제시하고자 한다.

2. 연구의 범위

본 연구에서는 먼저 현대 교통류 이론의 근간을 이루는 LWR Kinematic Wave 방정식을 이용한 특성식 해법(the method of characteristic)을 설명하고, 동적 상황 및 복잡한 도로망에 대한 교통류 해석이 가능한 Daganzo의 CT 모형을 검토하였다. 아울러 LWR 모형의 포물선 관계식, Newell의 삼각형 관계식, 그리고 Daganzo의 사다리꼴 관계식을 교통류 기본 관계식인 교통량-밀도, 속도-밀도 관계식을 중심으로 비교하였으며, 본 연구의 쟁점사항인 속도-밀도 관계식으로부터 문제점을 도출하였다. 이후 돌발상황이 발생했을 경우 충격파의 궤적 및 소멸시간을 알아보기 위하여 차선 당 처리용량 및 자유속도 그리고 최대밀도에 따라 차선 당 유입 교통량을 다르게 설정하여 총 9개의 시나리오로 모의 실험을 실시하고, 이러한 차이가 발생하게 된 원인을 서술하였다. 그리고 임계밀도의 값을 다르게 설정하여 오차를 최소로 하는 임계밀도의 값을 구하였다. 마지막으로 연구의 내용들을 종합하고, 향후

추가로 연구되어야 할 과제들을 제시하였다.

II. 이론적 배경

1. 연속류 이론

교통류 해석 모형은 크게 미시적 모형과 거시적 모형으로 구분된다. 먼저 미시적 모형은 개별 차량의 행태를 묘사하기 위해 다양한 교통류의 조건과 환경을 함수식으로 표현하여 미시적으로 교통류를 해석하는 방법이다. 그러나 이러한 미시적 모형은 교통류의 상황에 대한 관측과 측정이 어렵다는 약점을 내포하고 있다. 한편 거시적 모형은 개별 차량을 군집화하여 측정과 검증이 쉽고, 교통류의 조건과 환경을 반영하는 모형으로 Lighthill and Whitham(1955), Richards(1956)는 교통류의 흐름이 유체와 동일하다는 가정 하에 유체역학 이론을 도입하였다. 이 모형은 연속 교통류에 대한 현실 상황을 비교적 정확하게 반영하는 모형으로 이미 Drake and May(1967), 그리고 Ceder and May(1976)의 실험을 통해서 입증된 바 있으며, H.Zhang and T.Wu(1997)는 LWR 모형의 해를 쉽게 도출하기 위하여 수학적으로 쉽게 접근하는 방법을 연구한 바 있다. 이 후 LWR 모형을 활용하기 위하여 Hurdle and Hauer(1984), 그리고 Vaughan and Hurdle(1992)는 분기점으로 연결되는 연속적 링크로 구성된 단순한 네트워크 구조를 공식화하였다. 이 모형은 미분 방정식(differential equations)의 해를 도출하는 과정에 있어서 기존의 특성식을 이용하였는데, 단일구간의 경우 그 해를 찾기 용이한 데 비해, 복잡한 구간에서는 해 도출이 어려운 문제가 존재한다. 이러한 복잡한 구간의 문제를 풀기 위해, Newell(1993)은 하나의 링크를 유체모형화하여 푸는 단순해법을 제안하였다. 그리고

Newell은 더불어 미분 방정식을 차분 방정식(difference equations)화하여 컴퓨터 프로그래밍이 가능한 모형을 제시하였다. 그러나, Newell의 해법은 복잡한 도로망 및 동적인 교통류를 해석하는 데에 한계점을 갖고 있으며 현실상황과 심각한 오차가 발생한다는 것을 허 검(2003)의 결과를 통해 알 수 있다. 이러한 문제점은 Daganzo(1994)의 CT 모형을 통해 개선되었으며 현재까지도 이 모형은 연속류에서 널리 활용되고 있다.

2. LWR 모형

Lighthill and Whitham(1955) 그리고 Richards(1956)가 제안한 단순연속방정식을 중간에 진출입구가 없는 단일 통로를 지나가는 유체에 대한 밀도의 진화과정을 묘사하는 수리적인 모형으로 전개하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial k(x, t)}{\partial t} + w(x, t) \frac{\partial k(x, t)}{\partial x} = 0, \text{ 단, } x \in [a, b] \quad (1)$$

이때 $k(x, t)$, $v(x, t)$, $q(x, t)$ 는 각각 t 시간, a, b 지점사이인 x 지점에서의 유체의 밀도, 속도, 통과율을 나타낸다. 그리고 $w(x, t)$ 는 파동속도(wave velocity)라고 불리며 밀도의 변화에 따른 통과율의 변화율 ($\left. \frac{dq(k)}{dk} \right|_{k=k(x, t)}$)을 나타낸다. 특히, $k(x, t)$ 가 x 에 대하여 연속함수일 때 다음과 같은 형태의 미분보존방정식으로 전환되며

$$\frac{\partial k(x, t)}{\partial t} + \frac{\partial q(x, t)}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

식(2)는 다음 두 개의 가정식과 함께 식(1)로 전환된다. 즉, 유체의 통과율은 속도와 밀도의 곱이라는 것을 표현하는 기본방정식(fundamental equation)과

$$q(x, t) = k(x, t)v(x, t) \quad (3)$$

‘속도는 밀도만의 함수이다’라는 것을 표현하는 방정식에서 유도된다.

$$v(x, t) = v(k(x, t)) \quad (4)$$

즉, 식(3), 식(4) 하에서 분석 대상 구간 a, b 사이의 모든 x 에 대해서 관찰기간 동안 $k(x, t)$ 가 x 에 대하여 연속함수일 때 식(1)은 성립한다. 우선 식(1)은 그 특성상 해가 존재하는 미분방정식이며 적절히 설정된 초기조건과 경계조건 하에서 유일한 해를 갖는다. 식(1)의 해는 $x-t$ 평면상의 모든 점 (x, t) 에서의 차량밀도($k(x, t)$)이며, 특성식 해법(the method of characteristics)으로 적절히 설정된 초기조건(initial conditions)과 경계조건(boundary condition)하에서 그 해를 구할 수 있다.

3. CT 모형

차량이 병목구간에 접근하고 대기행렬이 생길 때 실제 파동 속도($-w$)는 자유 교통류상태에서의 파동 속도(v)보다 더 낮게 된다. 이와 같은 경우 시간이 지남에 따라 병목 구간에서의 상류 교차지점은 대기행렬에 의해 차단되어지게 된다. 왜냐하면, 저속의 파동을 가진 대기행렬은 현재의 병목지점보다 후방으로 더 오랜 시간 지속되고 대기행렬이 상류부로 확장되기 때문이다. 이와 같이, 후방 파동속도를 고려한 일반화된 CT 모형의 $q-k$ 곡선을 도식화하면 <Figure 1>과 같다.

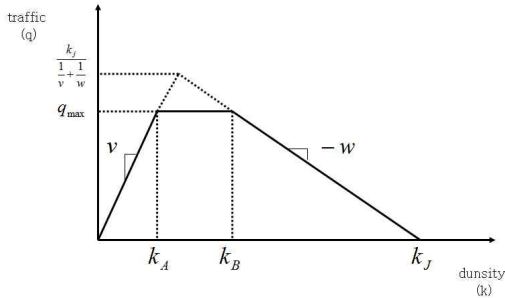


Fig. 1. Q-K curve of CT model

$$q = \min\{\nu k, q_{\max} w(k_j - k)\}, \text{ for } 0 \leq k \leq k_j$$

$$\nu \leq \nu, q_{\max} \leq k_j/[1/\nu + 1/w]$$

III. 분석의 기본 방향

1. 교통류 기본 관계식 비교

개략적인 곡선의 모양을 위해, 최대교통량은 q_{\max} 로 최대밀도는 k_{jam} 으로 그리고 최대속도는 v_{\max} 로 설정하였다.

1) 포물선 관계식

LWR 모형에서 가정하고 있는 q-k 곡선 및 v-k 곡선에 대한 유도 과정은 아래와 같다. 먼저 v-k 관계식에서 속도는 $v = v_{\max} (1 - \frac{k}{k_{jam}})$ 인 직선식 이므로 교통량은

$$q = -\frac{4q_{\max}}{k_{jam}}(k - \frac{k_{jam}}{2})^2 + q_{\max} \text{ 인 포물선형}$$

<Figure 2>의 q-k 곡선을 그릴 수 있다. 여기서 자유속도는 삼각형 및 사다리꼴에서의 밀도에 대한 최대용량의 값을 동일하게 적용하기 위하여 $v_{\max} = 4 q_{\max} / k_{jam}$ 로 설정하였다.

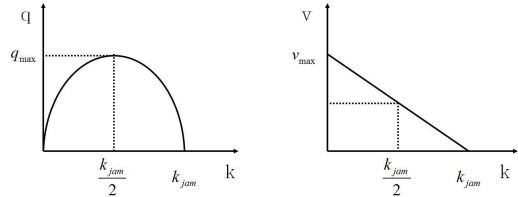


Fig. 2. Q-K and V-K curve of LWR model

2) 삼각형 관계식

다음으로 Newell이 제시하는 q-k 곡선 및 v-k 곡선에 대한 유도과정은 아래와 같다. 이 모형은 q-k 곡선을 <Figure 3>과 같이 삼각형으로 가정하였으며, 밀도가 $1/4 k_{jam}$ 일 때를 기준으로 두 개의 기울기를 갖는다. 밀도가 $1/4 k_{jam}$ 이하일 때는 밀도에 따른 교통량의 변화가 동일하므로 v-k 곡선은 일정한 값을 갖는다. 즉, 속도는

$$v = \frac{4q_{\max}}{k_{jam}}$$

$$q = -\frac{4q_{\max}}{3k_{jam}}(k - k_{jam}) \text{ 이므로 속도는}$$

$$v = -\frac{1}{3}v_{\max}(1 - \frac{k_{jam}}{k}) \text{ 인 쌍곡선의 형태로 나타낼 수 있다.}$$

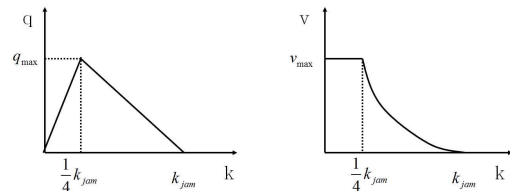


Fig. 3. Q-K and V-K curve of Newell model

3) 사다리꼴 관계식

q-k 곡선을 <Figure 4>와 같이 사다리꼴 모양으로 가정하는 Daganzo의 q-k 곡선 및 v-k 곡선에 대한 유도과정은 아래와 같다. Newell이 제시한

삼각형 관계식과의 차이점은 q-k 곡선에서 밀도가 $1/4 k_{jam} \leq k \leq 3/4 k_{jam}$ 일 때 일정한 교통량을 갖는다는 것이다. 이때의 속도는 $v = \frac{q_{max}}{k}$ 이며, 밀도가 $3/4 k_{jam}$ 이상에서의 교통량은 $q = -\frac{4 q_{max}}{k_{jam}}(k - k_{jam})$ 이므로 속도는 $v = -v_{max}(1 - \frac{k_{jam}}{k})$ 로서 기울기가 다른 두 개의 쌍곡선이 만나는 형태로 유도됨을 알 수 있다.

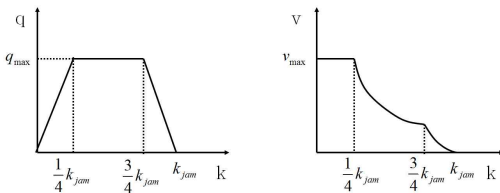


Fig. 4. Q-K and V-K curve of Daganzo's CT model

4) 특성 비교

속도와 밀도의 관계를 직선식으로 가정하는 LWR 모형의 교통량-밀도 관계식에서는 교통류를 해석하는 데 있어서 계산상의 복잡성이 존재한다. 이에 Newell은 단순연속체 모형의 해를 구하기 위해서 교통량-밀도 관계식을 불룩한 곡선의 형태 대신 삼각형 형태로 단순화하여 단순연속체 모형의 해를 직접 구하는 방법을 제안하였다. 그러나 Newell의 모형을 적용할 경우 LWR 모형과 비교해 볼 때 대기행렬의 길이 및 지속시간에 대해 심각한 오차가 발생하게 된다. 이러한 오차를 줄이기 위하여 Daganzo는 삼각형 모형 대신 임계밀도 부근의 어느 일정한 밀도 구간에서는 동일한 용량을 갖는다고 가정한 사다리꼴 모양의 교통량-밀도 곡선을 이용하여 교통류를 해석하였다. 특히, Newell의 삼각형 모형에서는 속도-밀도 관계식의 경우 밀도에 대한 속도가 임계밀도 전에서는 과대추정이 되고, 임계밀도 후에는 과소추정이 되는 문제점을 내포

하고 있다. 즉, LWR, Newell, CT 모형 간에 임계 밀도를 전후로 속도의 차이가 확연히 존재하여 돌발상황에 따른 대기행렬의 최대길이와 지속시간에 어느 정도 영향을 미치고 있다. 이는 기존 포물선 관계식으로부터 유도된 직선식과 Newell이 제시한 삼각형 모형으로 유도된 식과의 차이를 나타낸 <Figure 5>를 통해 알 수 있다.

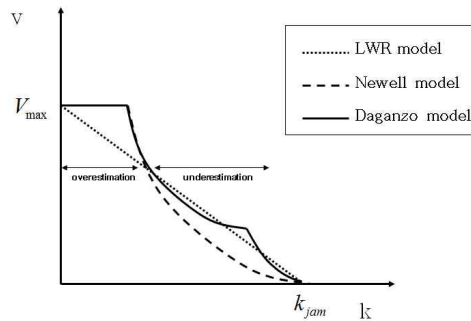


Fig. 5. Comparison of V-K curve

3. 분석 방법

본 연구에서는 LWR 모형이 가정하고 있는 포물선 식을 실측치로 가정하였다. 그 이유는 앞서 각 곡선의 특성비교에서 살펴보았듯이 LWR 모형이 실측치와 유사하다는 것은 과거의 연구자들의 실험을 통해 현실과 유사한 q-k곡선이라는 것이 입증된 바 있기 때문이다. 따라서 대기행렬의 최대길이 및 지속시간에 대한 차이를 알아보기 위하여 돌발상황이 발생했을 경우 LWR 모형과 CT 모형의 x-t 평면상에 형성되는 충격파의 궤적을 비교하였다. 충격파는 돌발상황 발생지점을 기준으로 좌우에 형성되지만, 하류부에 형성되는 충격파는 본 연구의 목적에 적합하지 않으므로 상류부에 형성되는 충격파의 궤적에 한하여 분석하였다. 이러한 분석을 위하여 모의 시나리오를 9개로 설정하고, x-t평면상에 형성되는 충격파의 궤적을 수학적으로 규명하였다.

IV. 모의 실험

1. 가상 네트워크 및 데이터 구조

돌발상황에 대한 대기행렬의 길이 및 지속시간을 분석하기 위해서 아래와 같은 지형적 조건을 갖춘 가상의 네트워크를 작성하였다.



Fig. 6. Highway network

연속류에 대한 분석을 위하여 위의 <Figure 6>과 같이 고속도로는 유출입이 없는 기본구간으로 설정하였다. 돌발상황은 3.2Km지점에서 발생하여 3분간 지속되며, 그 때의 처리용량은 반으로 감소하는 것으로 가정하였다. 분석을 위한 기본 입력 값으로는 차선 당 최대용량 및 자유속도, 그리고 최대밀도에 대한 시나리오별 입력변수는 아래의 <Table 1>과 같다. 시나리오는 크게 3개의 그룹으로 나뉘어지며 차선 당 유입교통량을 다르게 설정하여 총 9개의 세부 시나리오를 작성하였다. 모든 시나리오에 대한 돌발상황 지속시간은 동일하다.

Table 1. Scenario Settings

scenario	capacity of road	free velocity (Km/h)	vehicle per hour (vph)	maximum density (veh/Km/lane)	unexpected incident (minute)
S1	2,000	80	1,800	100	3
S2			1,600		
S3			1,400		
S4	2,200	100	1,800		
S5			1,600		
S6			1,400		
S7	2,300	120	1,800		
S8			1,600		
S9			1,400		

2. 분석 결과

1) LWR 모형의 결과

앞에서 설명한 특성식 해법을 통해 각 시나리오별 대기행렬의 길이와 지속시간을 계산하였다. 시나리오 1(이하 S1이라 함)에 대한 계산과정은 다음과 같다. S1의 유입교통량은 1,800vph이고 최대속도는 80Km/h이다. 밀도와 속도의 관계식은 선형이므로 아래의 식을 통해 $q = kv$, $v = v_{max} (1 - \frac{k}{k_{max}})$ 밀도 값을 구한다. 시간 단위를 분으로 환산하면, $30 = k \times \frac{4}{3} (1 - \frac{k}{100})$, $k = 34.2$ 또는 65.8 이므로 유입교통량이 분당 30대 일 때 밀도 값은 차선 당 34.2대/Km이다. 기준 점으로부터 3.2Km 지점에 돌발 상황이 발생하여 3분 후에 처리되었으므로 이때 처리량은 분당 16.67대로 줄어들었다. 그 때 밀도 $k = 14.7$ 또는 85.3 이다. 이를 x-t 평면상에 나타내면 <Figure 7>과 같다.

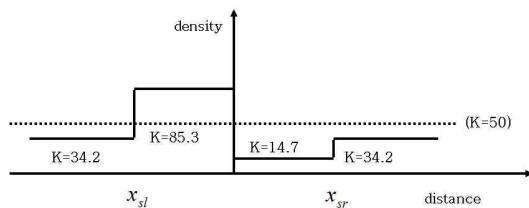


Fig. 7. Traffic density after unexpected incident

따라서 돌발상황 발생지점을 중심으로 상류부의 밀도는 차선 당 85.3대/Km이고 하류부의 밀도는 차선 당 14.7대/Km이다. 또한 이를 q-k 곡선 상에 나타내면 <Figure 8>과 같다.

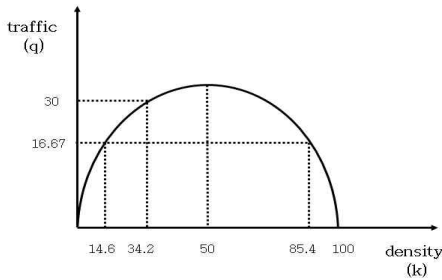


Fig. 8. Q-K curve of S1

위 상황을 $x-t$ 평면에 밀도의 초기조건과 경계조건에 의해 도식화하면 <Figure 9>와 같이 나타낼 수 있다.

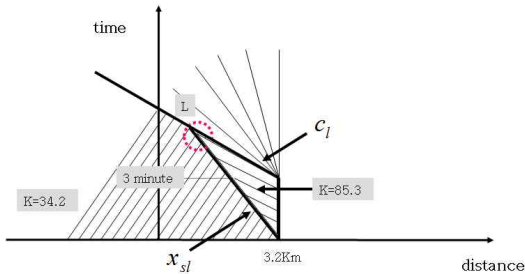


Fig. 9. Characteristic curve of region of time-space

이제 상류부의 충격과 궤적인 $x_{sl}(t)$ 의 기울기는 다음과 같다.

$$\frac{d x_{sl}(t)}{dt} = \frac{q(30) - q(16.67)}{34.2 - 85.3} = -0.26,$$

$$x_{sl}(t) = -0.26t + 3.2$$

여기서, $x_{sl}(t)$ 는 $K=34.2$ 와 $K=85.4$ 인 서로 다른 밀도를 가진 교통량이 만났을 때 생성되는 충격파의 궤적을 나타낸다. 즉, 돌발상황 발생지점에서 상류부로 발생한 대기행렬 끝단의 시간에 따른 위치를 의미하는 것이다. 그리고 $c_j(t)$ 는 돌발상황이 종료되었을 때의 Characteristic Curve를 의미하며, 이 곡선 상에서는 밀도는 동일하다. $c_j(t)$ 은 기울기가

$$\left. \frac{dq}{dk} \right|_{k=85.4} = v_{\max} \left(1 - \frac{2k}{k_{\max}} \right) = -0.94 \text{ 이므로}$$

$c_j(t) = -0.94(t-3) + 3.2$ 이 된다. 이때 $x_{sl}(t)$ 과 $c_j(t)$ 가 만나는 점인 L의 값은

(2.04Km, 4.15분)이 된다. 즉, $0 < t \leq 4.15$ 분일 때 $x_{sl}(t) = -0.94(t-3) + 3.2$ 이 성립한다. 한편,

$t > 4.15$ 분일 때 $x_{sl}(t)$ 의 계산과정은 아래와 같다. 먼저 기울기는

$$\frac{d x_{sl}(t)}{dt} = \frac{q_f - q_r}{k_f - k_r} = v_{\max} \left(1 - \frac{k_f - k_r}{k_{\max}} \right) \text{ 이다. 여기서, } k_f$$

는 다음의 관계식에서 도출될 수 있다.

$$\frac{x-3.2}{t-3} = \frac{dx}{dt} = v_{\max} \left(1 - \frac{2k}{k_{\max}} \right)$$

위의 식을 k 에 관해 정리하면,

$$k = \frac{k_{\max}}{2} \left(1 - \frac{(x_{sl}(t) - 3.2)}{v_{\max}(t-3)} \right) \text{이며, } k \text{가}$$

fanlike 영역에서의 k_f 이므로

$$\frac{d x_{sl}(t)}{dt} = v_{\max} \left(1 - \frac{34.2 + \frac{k_{\max}}{2} \left(1 - \frac{(x_s(t) - 3.2)}{v_{\max}(t-3)} \right)}{k_{\max}} \right)$$

$$= 0.21 + \frac{(x_s(t) - 3.2)}{2(t-3)} \text{ 이다. 이를 Euler}$$

Equation 해법을 이용하여 $x_{sl}(t)$ 를 구하면,

$$x_{sl}(t) = K(t-3)^{\frac{1}{2}} + 0.42(t-3) + 3.2 \text{ 이다.}$$

이때, $x_{sl}(t)$ 은 점 L을 지나므로 K값은

-1.46이다. 따라서 $x_s(t)$ 은 다음과 같다.

$$x_{sl}(t) = \begin{cases} -0.26t + 3.2, & 0 < t \leq 4.15 \\ -1.46(t-3)^{\frac{1}{2}} + 0.42(t-3) + 3.2, & 4.15 < t < \infty \end{cases}$$

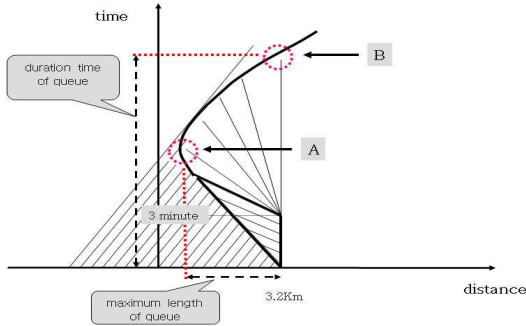


Fig. 10. $x_{sl}(t)$ trajectory of LWR model (S1)

위의 <Figure 10>을 보면 동일한 밀도를 가진 $x_{sl}(t)$ 궤적이 점 A까지 증가 하다가 점차 감소됨을 알 수 있다. 즉, 지체가 증가하다가 점 A의 시점에서 감소됨을 보여주고 있다. 따라서 점 A의 x, t 값은 대기행렬의 최대 길이와 시점이 된다.

점 A는 $\frac{dx_{sl}(t)}{dt}=0$ 인 지점이므로, $x_{sl}(t)$ 을 t 에 대해서 미분하면, $t=6.02$ 이고, 그 때의 x 값은 $x=1.93$ 이다. 즉, 사고 발생지점인 3.2Km로부터 1.27Km만큼 대기행렬이 존재한다. <Figure 11>에서 보면 $x_{sl}(t)$ 궤적이 점 A를 지나서 다시 돌발상황 발생 지점인 3.2Km에 도달함을 볼 수 있으며, 이 점 B가 대기행렬이 사라진 시점이므로 이 시간이 대기행렬의 지속시간이 된다.

$$3.2 = -1.46(t-3)^{\frac{1}{2}} + 0.42(t-3) + 3.2,$$

$$t = 15.08 \text{ or } 3$$

따라서 대기행렬이 15.08분간 지속되었음을 알 수 있다.

2) CT 모형의 결과

S1의 유입교통량 및 최대속도는 앞의 상황과 동일하다. 밀도와 속도의 관계식이 <Figure 4>와 같으므로 밀도 값을 구하면

$30 = v_{\max} \times k = \frac{4}{3} \times k$, $k=22.5$ 이므로 유입교통량이 분당 30대 일 때 밀도 값은 차선 당 22.5대/Km이다. 기준 점으로부터 3.2Km 지점에 돌발 상황이 발생하여 3분 후에 처리되었으므로 이때 처리량은 분당 16.67대로 줄어들고, 이때의 밀도는 $16.67 = \frac{4}{3} \times k_1$, $k_1=12.5$ 이며, 상류부에서의 밀도 $k_2=100 - k_1$ 이므로, $k_2=87.5$ 이다. 또한 이를 q-k 곡선 상에 나타내면 <Figure 11>과 같이 나타난다. 따라서 돌발상황 발생지점을 중심으로 상류부의 밀도는 차선 당 87.5대/Km이고 하류부는 차선 당 12.5대/Km이다.

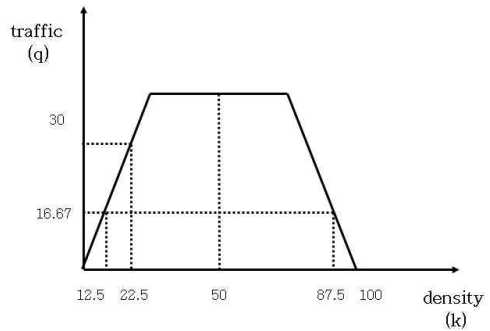


Fig. 11. Q-K curve of Dagango' CT model(S1)

<Figure 11>에서 $x_{sl}(t)$ 의 기울기는 다음과 같다.

$$\frac{dx_{sl}(t)}{dt} = \frac{q(30) - q(16.67)}{22.5 - 87.5} = -0.21,$$

$$x_{sl}(t) = -0.21t + 3.2$$

다음으로 각 구간에서의 Characteristic Curve의 기울기는 밀도에 따른 교통량 및 속도가 <Figure 12>와 같이 세 부분으로 나뉘므로 다음과 같다.

$$\frac{dq}{dk} = \begin{cases} 1.33 & (0 \leq k \leq 25) \\ 0 & (25 < k < 75) \\ -1.33 & (75 \leq k \leq 100) \end{cases}$$

$c_j(t)$ 의 기울기가 $\left. \frac{dq}{dk} \right|_{k=87.5} = -1.33$ 이므로 $c_j(t) = -1.33(t-3) + 3.2$ 으로 나타나며, 두 곡선이 만나는 점은 (2.47Km, 3.55분)이 된다. $t > 3.55$ 분 일 때 $x_{st}(t)$ 를 구하면, Characteristic Curve $c_j(t)$ 을 기준으로 밀도가 다르기 때문에 충격파가 형성된다. 이때 곡선 아래 부분에서의 밀도 $k=87.5$ 이고, $q-k$ 의 곡선은 대칭형이므로 반대영역에서는 밀도가 $k=12.5$ 로 형성된다. 따라서 반대영역에서의 밀도 $k=12.5$ 와 초기 밀도 $k=22.5$ 는 모두 임계밀도에 도달하지 않으므로 충격파가 형성되지 않고, Characteristic Curve는 일정하게 형성된다.

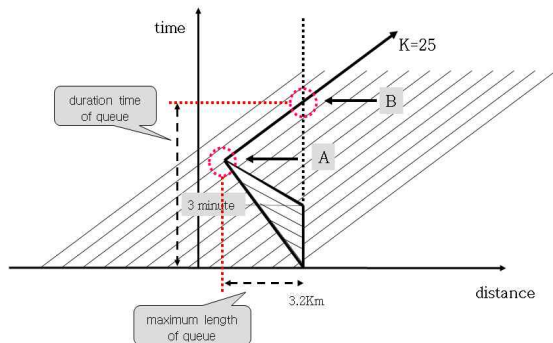


Fig. 12. $x_{st}(t)$ trajectory of Daganzo' CT model (S1)

이제 대기행렬의 지속시간 B점을 구하면 다음과 같다. A점에서 충격파는 하류부로 $v = 1.33$ 인 자유속도로 이동하게 된다. 비례식을 이용하면,

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta q}{\Delta k} = \frac{2-1.27}{\Delta t} = 1.33 \quad \Delta t = 0.55$$

으로 정리된다. 따라서 대기행렬의 총 지속시간은 4.09분이며, 최대거리는 0.73Km이다.

V. 오차의 원인 및 범위

1. 오차의 원인

1) 시공도 상에서의 차이

각각의 돌발상황에 대한 충격과 제적의 결과를 시공도 상에 도시하면, 포물선 식은 곡선의 형태를 띄며 사다리꼴 식은 직선의 형태를 띄게 된다. 이때, <Figure 13>의 거리 축에 있어서 가장 왼쪽 지점이 최대 대기행렬이 되며, 대기행렬 지속시간은 충격파와 제적이 돌발상황 지점을 통과할 때의 시간이 된다. 즉, 두 곡선의 차이를 말하는데 이들의 차이가 발생하는 이유는 교통량-밀도-속도 관계식이 다르기 때문이다.

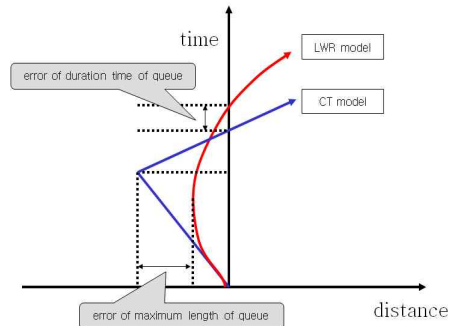


Fig. 13. Error of time-space

2) 교통량-밀도 관계식에서의 차이

Newell은 A점 이후의 밀도에 대해서는 기울기가 음인 곡선을 갖는다고 가정하였다. 그러나 Daganzo가 제시한 사다리꼴 모양에서는 A점에서 B점 사이의 교통량이 q_{max} 로 일정하다. 즉, Daganzo의 모형에 따르면 밀도가 B점 이전에서는 밀도에 대한 통과교통율이 q_{max} 이므로 대기행렬이 생기지 않는다는 것을 알 수 있다. 이는 LWR 모형에서 가정하고 있는 직선식의 속도-밀도 관계식에 보다 좀 더 접근하기 위해서 임계밀도 구간의 범위를 넓혔기 때문이다. 이를 모형 상에 적용하기 위해서 <Figure 14>와 같이 A와 B점 사이의 차이를 두었으며, B점의 위치를 적

절하게 조정함에 따라 좀 더 현실상황을 반영할 수 있다.

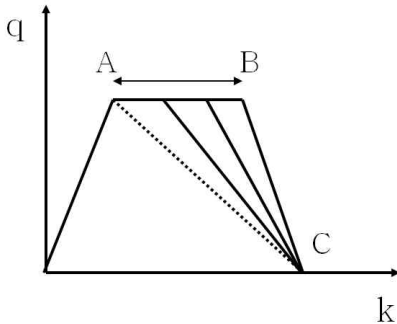


Fig. 14. Comparison of q-k curve

2. 오차의 범위

동일한 모의실험을 바탕으로 LWR 모형과 CT 모형의 최대 대기행렬 길이 및 지속시간의 결과를 비교하면 아래의 <Table 2>와 같다.

Table 2. Result of scenario

scenario	LWR model		CT model	
	maximum length of queue (Km)	duration time of queue (minute)	maximum length of queue (Km)	duration time of queue (minute)
S1	1.27	15.08	0.73	4.09
S2	0.65	7.34	0.50	3.75
S3	0.37	5.01	0.31	3.46
S4	0.65	5.94	0.57	3.73
S5	0.40	4.61	0.38	3.49
S6	0.22	3.81	0.21	3.27
S7	0.51	4.61	0.50	3.57
S8	0.32	3.94	0.32	3.37
S9	0.16	3.44	0.17	3.20

전체적으로 사다리꼴 식의 결과 값이 포물선 식의 결과 값에 비해 작음을 알 수 있다. 그 이유는 사다리꼴 모양에서는 밀도에 대한 q_{max} 구간이 길기 때문이다. 즉, 밀도가 $3/4 k_{jam}$ 이전에서는 대기행렬이 생기지 않는다. 또한, 본 연구에서 사용한 대칭형의 사다리꼴 모양은 일반적인 CT 모형에서 가정하는 교통량-밀도 곡선보다

q_{max} 구간이 길기 때문에 더욱 차이가 많이 발생하였다.

3. 임계밀도의 변화에 따른 결과

이제 <Figure 15>에서 임계밀도인 B점을 변화시켰을 때의 결과를 알아보았다. 즉, 사다리꼴 모양이 대칭일 경우의 임계밀도인 $K=75$ 에서 Newell이 가정하고 있는 삼각형 모양에서의 임계밀도인 $K=25$ 까지 밀도를 변화시켜 결과를 도출하였다. 아래의 <Figure 15>는 밀도의 변화에 대한 두 모형간 대기행렬 지속시간의 차이를 나타내며, <Figure 16>은 대기행렬의 최대거리, 그리고 <Figure 17>은 거리와 시간에 대한 오차를 평균한 평균오차를 나타낸다.

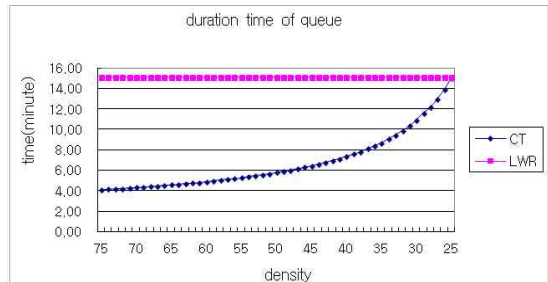


Fig. 15. Duration time by density variation of S1

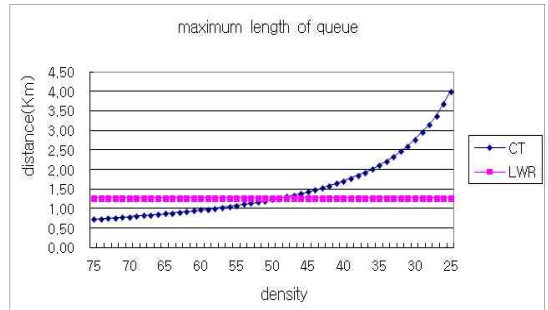


Fig. 16. Maximum length by density variation of S1



Fig. 17. Error by density variation of S1

위의 <Figure 17>을 보면 밀도가 감소할수록 시간오차도 감소한다. 따라서 밀도 K=25인 삼각형모양이 사다리꼴 모양에 비해 시간오차가 적음을 알 수 있다. 거리오차의 경우에는 밀도가 감소할수록 오차는 점차 감소하다가 어느 순간에 급격히 증가한다. 이는 사다리꼴 모양에서 가정하고 있는 q_{max} 구간에 오차를 최소로 하는 밀도 값이 있다는 것을 의미하는데, 그 이유는 LWR 모형에서의 최대거리는 밀도에 따라 일정한 반면, CT 모형의 최대거리는 밀도에 따라 종속적으로 변하기 때문이다. 즉, <Figure 16>에서 CT 모형은 밀도가 감소함에 따라 최대 거리는 증가하고, 이에 따라 임의의 밀도인 K=49 이후에서는 <Figure 17>과 같이 거리오차가 증가하게 된다. 아래의 <Table 3>을 보면 최대용량 및 최대속도가 증가할 경우, 즉 S4 이후에서의 시간오차를 최소로 하는 시간밀도는 K=35 에서 K=45 범위의 값을 갖는다. 즉, 이 경우에는 사다리꼴 모양의 오차가 작음을 알 수 있다.

한편, 최대용량 및 최대속도가 동일한 경우, 차선 당 유입교통량을 다르게 설정하였을 때의 결과를 살펴보면, 차선 당 유입교통량이 줄어들 경우의 시간오차를 최소로 하는 시간밀도의 값이 비슷하다는 것을 알 수 있다. 이는 차선 당 유입교통량의 변화

는 시간오차에 민감하게 반응하지 않는다는 것을 의미한다.

Table 3. Results of error and density

scenario	capacity of road	free velocity	vehicle per hour	time error (%)	distance error (%)	average error (%)	time density	distance density	average density
S1	2000	80	1800	0.5	0.6	30.8	25	49	49
S2			1600	0.4	0.2	20.8	26	58	58
S3			1400	0.2	0.5	13.2	25	60	60
S4	2200	100	1800	0.8	0.9	16.6	35	65	65
S5			1600	0.2	0.5	11.7	35	71	71
S6			1400	0.1	0.5	7.0	34	72	72
S7	2300	120	1800	0.2	0.2	10.9	43	73	73
S8			1600	0.3	1.3	7.9	43	75	75
S9			1400	0.1	6.9	6.9	45	74	74

전체적으로 거리오차를 최소로 하는 거리밀도는 K=49 에서 K=74 의 값을 갖는다. 이는 사다리꼴 모양이 삼각형 모양에 비해 거리측면에서는 오차가 작다는 것을 의미한다. 또한, 차선 당 유입교통량에 대하여 최대용량 및 최대속도를 증가시켰을 경우의 결과는 거리오차를 줄이기 위한 거리밀도의 값이 대칭형의 사다리꼴 모양에 점점 근접한다는 것을 알 수 있으며, 마찬가지로 최대용량 및 최대속도가 동일할 경우 차선 당 유입교통량을 다르게 설정하였을 경우의 결과도 대칭형의 사다리꼴 모양에 접근한다는 것을 알 수 있다. 평균오차의 경우에는 시간오차의 편차에 비해 거리오차의 편차가 크므로 평균밀도는 거리오차에 민감하게 반응한다. 따라서 밀도가 감소할수록 평균오차는 거리오차의 그래프와 동일하게 감소하다가 어느 순간에 증가한다. 따라서 도시 부의 간선도로에 비해 제한속도가 높은 고속도로의 경우 교통류를 해석하기 위한 교통량-밀도 곡선은 사다리꼴 모양으로 설정하여 대기행렬을 해석하는 것이 삼각형 모양보다 유리하다는 것을 알 수 있었으며, 반대로 도시 부의 간선도로에 있어서는 Newell 모형이 적절하다는 결론을 내릴

수 있다.

VI. 결론

본 연구에서는 Daganzo의 CT 모형이 내재적으로 포함하고 있는 오차의 원인 및 범위를 돌발상황 시 충격파의 궤적을 통해 살펴보았다. 분석결과 LWR 모형에서는 충격파의 궤적이 어느 일정시점까지는 직선의 형태를 띠다가 곡선의 형태로 전환됨을 알 수 있다. 한편 CT 모형에는 충격파의 궤적이 항상 직선의 형태로 나타났다. 이러한 차이가 발생하는 이유는 교통량-밀도 관계식의 모양이 다르기 때문이며, LWR 모형에서는 이러한 모양이 포물선이기 때문에 충격파의 궤적을 곡선으로 표현할 수 있는 반면에, CT 모형에서는 밀도에 따른 교통량의 변화가 동일한 구간으로 구분되어 있기 때문에 충격파의 궤적은 항상 직선의 형태를 띠게 된다. 그리고, 돌발상황에 따른 총 대기행렬의 최대거리 및 지속시간을 보면 전체적으로 CT 모형의 결과 값이 작게 나타났다. 이는 밀도에 대한 최대 통과교통류의 범위가 넓기 때문이다. 즉, 밀도가 $3/4 k_{jam}$ 보다 작을 때는 대기행렬이 생기지 않는다는 것을 알 수 있다. 마지막으로, CT 모형과 LWR 모형과의 오차를 최소화 하는 밀도 B의 값은 시간오차에 비해 거리오차를 최소화 하는 밀도에 의해 영향을 많이 받는다는 것을 알 수 있다. 또한, 대기행렬의 최대길이 및 지속시간이 작을수록 사다리꼴 모양이 삼각형 모양보다 오차가 작으며 밀도의 값은 대칭형의 값에 접근한다는 것을 알 수 있다.

결론적으로 대기행렬을 해석하는 데에 있어서 도시 부의 간선도로에서는 Newell 모형이 오차가 적으며, 반대로 고속도로에서는 CT 모형이 적절하다는 결론을 내릴 수 있다. 그러나 본 연구에서 다루

지 못한 부분을 향후 연구과제로 남긴다. 먼저 오차의 의미는 일반적으로는 실제 데이터를 통한 모형 검증으로 분석하는데 본 연구에서는 분석방법론에 제시한 바와 같이 LWR 모형이 실측치와 유사하다는 것은 과거의 선행 연구에 따라 LWR 모형을 실측치로 가정하였다. 이에 따라 가상의 시나리오가 아닌 실측데이터를 이용하여 CT 모형의 검증이 필요하다. 아울러 CT 모형의 폭 넓은 활용을 위해서는 유·출입구간을 반영한 분석이 수행되어야 할 것이다. 마지막으로 네트워크 복잡해짐에 따른 일반적인 오차의 범위를 산출하는 것이 필요할 것이다.

인용문헌

References

- 김주영. 1999. "Cell Transmission 이론을 이용한 동적통행기법 개발에 관한 연구", 서울시립대학교 석사학위논문.
Kim J.Y, 1999. "A Study on Development of Dynamic Traffic Assignment Technique using the Cell Transmission Theory", Master's. Degree Dissertation, University of Seoul.
- 이광훈. 2002. "Cell Transmission 이론에 근거한 시스템최적 신호시간산정", 「대한교통학회지」, 20(5): 193-206.
Lee K.W, 2002. "Development of A System Optimum Traffic Control Strategy with Cell Transmission Model", *Journal of Korean Society of Transportation*, 20(5): 193-206
- 허 검, 2003. "연속류 상에서 Newell의 삼각형 관계식을 적용한 돌발상황 분석에 대한 타당성 연구", 항공대학교 석사학위논문.
Hur K, 2003. "A study on Feasibility of Incident Analysis Applied C. F. Newell's Simplified Method in the Uninterrupted Traffic Flow", Master's Degree Dissertation, University of Korea Aerospace.

4. Carlos F. Daganzo., 1994. "The cell transmission model : A dynamic representation of highway traffic consistent with the hydrodynamic theory", *Transportation research part B*, 28B(4): 269–287.
5. Haberman, 1997. *Mathematical Models : Traffic Flow*, New Jersey: Prentice–Hall.
6. Li, Y. and Ziliaskopoulos, K. and Waller, S. T. 1999. "Linear Programming Formulations for System Optimum Dynamic Traffic Assignment with Arrival Time Based and Demands", *TRR*. 1667: 52–59.
7. Lighthill, M. J. and Whitham, G. B., On Kinematic Waves., 1955. "I. Flow Movement in Long Rivers. II. A Theory of Traffic Flow on Long Crowded Roads". *Proceedings of the Royal Society A*. 229: 281–345.
8. Newel, G. F., 1993. "A Simplified Theory of Kinematic Waves in Highway Traffic, Part I. General Theory", *Transportation Research Part B* 27B(4): 281–287.
9. Newel, G. F., 1993. "A Simplified Theory of Kinematic Waves in Highway Traffic, Part II. Queueing at Freeway Bottlenecks", *Transportation Research Part B*, 27B(4): 289–303.
10. Oh C.S., Rho J.H., Park Y.W, 2016. "A Statistical Fitness Test of Newell's 3–detector Simplification Method for Unexpected Incident Detection in the Expressway Traffic Flow", *Journal of Korean Society of Transportation*, 34(2): 146–157.
11. Park Y.W, 2001. *Random Trajectories, Traffic Density, Flow, and Velocity Field*, TSI Technical Report(No. 6), Seoul: Road Traffic Safety Authority Traffic Science Institute.
12. Richards, P. I., 1956. "Shockwaves on the Highway", *Operation Researches*, 4: 42–51.
13. Zhang, H. and Wu, T., 1997. "Numerical Simulation and Analysis of Traffic Flow", *Transportation Research Board*, 1678: 251–260.
14. Ziliaskopoulos, A., 2000. "A Linear Programming Model for the Single Destination System Optimum Dynamic Traffic Assignment Program", *Transportation Science*, 34(1): 37–49.

Date Received 2016-12-26
 Date Reviewed 2017-02-16
 Date Accepted 2017-02-16

Date Revised 2017-02-21

Final Received 2017-02-21