

토지매입 옵션을 활용한 부동산개발의 작동원리와 타당성에 관한 연구

A Study on Operation Mechanism and Feasibility of Real Estate Development Utilizing the Land Purchase Option

김훈상* · 최막중**

Kim, Hoon-Sang · Choi, Mack Joong

Abstract

Real estate prices in Korea are no longer expected to increase continuously, as domestic real estate market has increasingly been affected by global economic fluctuation. In an attempt to hedge the risk of variable prices including price drops, this paper develops the real estate development model which utilizes the land purchase option. In the model developer pays for the right (option) to purchase land at a fixed price in the future and exercises the option only if it becomes feasible to implement building construction. The mathematical model is theoretically formulated and a series of numerical simulation is carried out using the time-series price data. Simulation results demonstrate that the land purchase option model can work ubiquitously in Korea taking account of price variability in the past. Furthermore it is found that the option model results in higher development profit than ordinary development model which carries out land purchase and building construction at the same time.

키 워 드 ▪ 토지매입 옵션, 옵션가격, 부동산개발, 최적 개발시점, 가격 변동성

Keywords ▪ Land Purchase Option, Option Price, Real Estate Development, Optimal Development Timing, Price Variability

I. 서 론

2008년 리먼브라더스(Lehman Brothers) 파산으로 시작된 미국발 금융위기가 2년 뒤인 2010년 유럽 재정위기를 불러오고 2013년부터 브릭스(BRICs) 등 신흥경제시장의 불확실성 증대로 확산된 것과 같이 지구촌 어느 곳도 글로벌 경제위기로부터 자유로울 수 없는 시대가 되었다. 글로벌 경제위기는

국내 거시경제의 위축뿐 아니라 토지, 주택 등 실물자산의 가치 하락을 초래하였는데, 이에 따라 부동산은 가격 변동성이 있는 위험자산으로 인식되기 시작하면서 부동산 개발시장의 침체가 이어졌다.

대표적으로 2013년 10월 취소된 용산 국제업무 지구 개발사업은 2008년 글로벌 금융위기, 2010년 유럽 재정위기로 국내 부동산시장이 침체되면서 좌초된 사례이다. 대형 부동산개발사업은 소요자금이

* POSCO Research Institute (first author: hsangkim@posri.re.kr)

** Graduate School of Environmental Studies, Seoul National University (corresponding author: macks@snu.ac.kr)

막대하고 사업 참여자가 많아 이해관계가 복잡한데 다 사업기간이 길기 때문에 부동산경기뿐 아니라 국내·외 경제상황 등 외부 환경변화에 크게 영향을 받는다. 이러한 점에서 특히 용산 국제업무지구 개발사업의 경우 기투입된 토지비의 금융비용 상환 압력이 파산의 직접적인 원인으로 작용하였다는 사실에 주목하면, 개발환경이 급변하는 상황에서 토지매입에서 건물분양에 이르는 부동산개발사업 과정에 대한 새로운 접근방식이 요구된다.

사업 초기에 토지매입과 동시에 주택 등 건물을 짓고 분양을 하는 전면 개발방식, 토지를 매입한 상태에서 개발여건이 성숙해지기를 기다리는 토지비축 개발방식, 또는 개발수요에 따라 시차를 두고 토지매입과 건설-분양을 나누어 수행하는 단계별 개발방식 등은 기본적으로 토지나 건물 가격이 지속적으로 상승할 것으로 전제하였을 때 유효하다. 그렇지만 국내 경제가 글로벌 불확실성에 상시적으로 노출되고 부동산개발사업도 높은 위험(risk)을 감수해야 하는 상황에서는 용산 국제업무지구 개발사업과 같이 사업 초기에 토지를 매입하는 것조차 금융비용 상환 부담을 키우면서 사업을 좌초시키는 요인으로 작용할 수 있다.

이에 따라 부동산개발 과정에서 무리한 투자를 하지 않으면서 외부환경 변화의 불확실성에 유연하게 대응할 수 있는 방안으로 토지매입 옵션(option)을 활용한 개발방식을 고려할 수 있다. 이 방식에서 사업주체는 토지를 선점하고 다른 시장참여자를 배제하면서 일정 기간이 지난 후에 사업 초기에 약정된 가격으로 토지를 매입할 수 있는 권리를 갖는 반면, 그러한 권리에 대한 대가(옵션가격)를 지불해야 할 의무를 진다. 따라서 대·내외 개발여건이 악화되더라도 사업주체는 옵션가격을 지불하고 사업을 포기하는 출구전략(exit strategy)을 쓸 수 있는 장점이 있다.

이에 본 연구는 토지매입 옵션을 활용한 부동산

개발방식의 작동원리를 이론적으로 규명하고, 모의 실험을 통해 그 효과와 적용 가능성을 검증하는데 목적이 있다. 이를 위한 분석의 초점은 토지매입의 옵션가격을 포함한 개발이익이 최대가 되는 개발시점을 도출하는데 맞추어진다. 이후 제Ⅱ장에서는 최적 개발시점 산정 원리에 대한 이론과 선행연구를 고찰하고, 이를 바탕으로 제Ⅲ장에서 토지매입 옵션부 부동산개발의 수리모형을 개발한다. 제Ⅳ장에서는 모의실험을 통해 토지매입 옵션의 효과와 활용 가능성을 검증하고, 제Ⅴ장에서 결론을 맺는다.

Ⅱ. 이론 및 선행연구

이론적으로 토지매입에서부터 건물분양에 이르는 부동산개발사업 과정을 효율적으로 구성하기 위한 최적(optimal) 개발시점은 토지비, 공사비, 분양수익 등의 발생시점을 조정하여 이윤극대화 또는 비용최소화의 기준에서 시기별 현금흐름의 순현재가치(NPV: Net Present Value)를 동태적으로 최적화(intertemporal optimization)함으로써 결정된다. 이후에서는 수리모형(mathematical model)을 단순화하기 위해 토지면적과 건축연면적은 동일하게 주어진 것으로 보고¹⁾ 가격 변수들의 변화에만 초점을 맞추어 단위면적당 이윤 또는 비용의 관점에서 논의를 진행하도록 한다.

1. 건물가격 상승에 따른 전면 개발 모형

일찍이 Arnott and Lewis(1979)는 이윤극대화 모형을 통해 전면 개발방식의 도시용 토지개발 과정에서 최적 개발시점은 개발 후 임대수익과 개발비용의 현재가치의 차이가 최대가 될 때 결정됨을 이론화한 바 있다. 이를 주택개발의 경우에 적용하면 시간의 흐름에 따라 주택의 단위면적당 임대료(R)가 매년 일정 비율(r)로 증가할 때 주어진 단위

면적당 건설공사비(C)와 할인률(i)에서 현재가치(PV)를 최대화하는 동태적 이윤극대화 모형은 식 (1)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\max. PV = \int_{t^*}^{\infty} R_t e^{-i\tau} d\tau - C e^{-it^*}$$

$$R_t = R_0 e^{rt} \quad (1)$$

$$F.O.C \quad R_0 e^{rt^*} = iC$$

식 (1)에서 개발시점에 대해 최적화한 1계조건(F.O.C: First Order Condition)을 살펴보면 개발을 1년 연기할 때 한계비용(marginal cost)은 그동안 포기하는 임대수익($R_0 e^{rt^*}$)이고, 한계수입(marginal revenue)은 그동안 건설공사비를 다른 대안에 투자하여 얻을 수 있는 수익(iC)으로, 최적 개발시점(t^*)은 한계비용과 한계수입이 동일해지는 시점에서 결정된다. 이 때 시간의 흐름에 따라 주택 임대료가 상승할 것($r > 0$)이라는 예상 때문에 임대수익이 일정 수준에 이를 때까지 개발시점을 연기할 수 있고, 또한 그 이후에도 지속적으로 상승할 것이라는 예상 때문에 임대수익의 포기분이 너무 커지지 않도록 개발에 착수해야 한다는 논리가 성립됨에 유의할 필요가 있다. 따라서 예상과 달리 만약 임대료가 하락한다면 개발사업을 무기한 연기해야 하는 상황이 발생하게 된다.

2. 토지가격 상승에 따른 단계적 개발 모형

이에 비해 최막중·김훈상(2003)은 주택개발사업을 위해 토지를 매입해야 하는 상황에서 비용 요인인 토지가격이 상승할 때 총 개발비용을 최소화하기 위해 적용해야 할 단계적 개발방식의 원리를 비용최소화 모형을 통해 이론화하였다. 개발사업을 간단히 현재 시점($t=0$)과 미래 시점($t>0$)의 두 단계에 걸쳐 각각 θ 와 $(1-\theta)$ 의 비율로 나누어 수행

하는 경우($0 < \theta < 1$), 토지가격(V)이 매년 일정 비율(g)로 증가할 때 주택건설비(C)와 합친 총 개발비용의 현재가치(PV)를 최소화하는 미래 최적 개발시점(t^*)은 식 (2)와 같이 도출된다.

$$\min. PV = \theta(V_0 + C) + (1-\theta)(V_t + C)e^{-it}$$

$$V_t = V_0 e^{gt} \quad (2)$$

$$F.O.C \quad gV_{t^*} = i(V_{t^*} + C)$$

식 (2)에서 개발시점을 연기할 때 한계비용은 지가 상승으로 인해 추가적으로 부담해야 하는 토지비(gV_{t^*})이고, 한계수입은 1년 동안 부담하지 않아도 되는 토지매입비와 주택건설비의 금융비용($i(V_{t^*} + C)$)이 된다. 따라서 이 모형에서도 지가가 상승한다는 가정($g > 0$)에 따라 토지비용이 일정 수준에 이를 때까지 개발시점을 연기할 수 있는 반면, 그 이후에는 추가적으로 부담해야 할 토지비용이 너무 커지지 않도록 개발에 착수해야 한다는 논리가 성립된다. 만약 지가가 하락한다면 미래 시점의 개발사업을 위한 토지매입 시점은 무기한 연기될 수 있다.

3. 토지와 건물가격의 동시 상승 모형

한편 비용 측면에서 토지가격과 수입 측면에서 주택가격의 상승을 동시에 고려한 김훈상(2010)의 이윤극대화 모형에서는 최적 개발시점이 기본적으로 토지매입비용과 주택분양수익 증가의 상쇄관계에 의해 결정된다. 식 (3)에서 토지가격(V)과 주택가격(P)이 각각 매년 일정 비율(g, r)로 증가할 때 개발시점 연기에 따른 한계비용은 지가 상승으로 인한 추가 토지비용(gV_{t^*})과 1년 동안 포기해야 하는 주택분양수익의 기회비용(iP_{t^*}), 그리고 한계수입은 토지매입비와 주택건설비의 금융비용($i(V_{t^*} + C)$)과 주택가격 상승에 따른 추가 분양수

익(rP_{t^*})으로 각각 구성된다.

$$\begin{aligned} \max. \quad PV &= P_t e^{-it} - (V_t + C) e^{-it} \\ P_t &= P_0 e^{rt}, V_t = V_0 e^{gt} \end{aligned} \quad (3)$$

$$F.O.C \quad gV_{t^*} + iP_{t^*} = i(V_{t^*} + C) + rP_{t^*}$$

이상과 같이 선행연구들은 토지가격과 건물분양 가격의 지속적인 상승을 상정하고 순차적으로 수리 모형을 발전시켜왔다. 그렇지만 이러한 모형에 따르면 토지가격이나 건물분양가격이 예상과 달리 하락하는 경우에는 개발사업이 무기한 연기될 수밖에 없는 상황이 발생하게 된다. 그런데 이러한 상황이 토지비축 개발방식의 경우는 물론이고 현실적으로 용산국제업무지구 개발사업의 경우에서와 같이 토지매입이 이루어지고 난 이후에 발생한다면 사업주체는 막대한 손실을 감수할 수밖에 없다. 그렇다고 단계적 개발방식에서와 같이 일정 기간 토지매입을 연기하는 것도 비현실적일 수 있는데, 매입을 미루는 동안 부동산개발시장의 다른 경쟁자가 토지를 선점할 수 있기 때문이다. 이에 따라 다음 장에서는 부동산 가격 하락을 비롯한 시장상황의 변화에 유연하게 대응하면서 사업 초기에 큰 비용을 투입하지 않고도 토지매입의 권리를 확보할 수 있는 옵션을 도입하여 기존의 부동산개발 모형을 발전시키도록 한다.

III. 수리모형

1. 토지매입 옵션부 이윤극대화 모형

토지매입 옵션을 활용한 부동산개발은 이윤극대화 모형을 통해 이론화하는데, 토지매입 옵션 모형은 크게 두 가지 측면에서 기존 모형과 차이를 갖는다. 첫 번째는 토지가격이나 건물분양가격이 하락하는 경우를 포함하여 다양하게 변화할 수 있는 가

능성을 열어둔다는 점이고, 두 번째는 이러한 가격 변화에 따라 토지매입 옵션을 행사하는 최적 개발 시점이 옵션가격과 함께 결정된다는 점이다.

토지매입 옵션하에서 사업주체는 미래 지가 변화에 따른 비용 위험을 회피(hedge)하기 위해 현재 시점($t=0$)에서 토지소유주와 협상을 통해 미래 시점에서 지불할 토지가격(행사가격, B)을 확정하고, 그에 상응하는 대가로 옵션가격(O_t)을 토지소유주에게 지급하여 토지매입의 권리를 획득한다.²⁾ 이에 따라 미래 최적 개발시점($t=t^* > 0$)에서는 약정된 옵션 행사가격에 토지를 매입하고 건설공사비(C)를 투입하여 개발사업을 실행에 옮김으로써 분양수익(P_t)을 회수하게 된다. 이에 따른 이윤극대화 문제는 식 (4)와 같은데, 토지비용을 현재 시점에서 옵션가격(O_t)과 미래 시점에서 행사가격(B)으로 나누어 부담하는 개념으로 이해할 수 있다.

$$\max. PV = P_t e^{-it} - C e^{-it} - B e^{-it} - O_t \quad (4)$$

여기에 가격 변화의 다양성을 반영하기 위해 Black and Scholes(1973)의 주가예측 원리인 기하 브라운 운동(geometrical Brownian motion)을 차용하면, 토지나 건물가격도 장기적으로는 단위 시간당 무위험 수익률만큼의 추세 변화를 가지면서 단기적으로 일정 범위의 변동성을 보인다고 가정할 수 있다. 이 때 무위험 수익률을 시장이자율로 설정하고 가격 변화의 분포를 대수 정규분포로 단순화하면, 식 (4)의 분양가격(P_t)은 식 (5)와 같이 매년 이자율(i)만큼 상승하되 일정 표준편차(σ)를 갖고 위너과정(Wiener process)의 불확실성을 포함하는 확률분포(w_t)에 따라 추가 상승하거나 또는 하락하는 형태로 구체화할 수 있다. 즉, 분양가격 변화에는 일정 범위의 변동성을 고려한 이자율만큼의 상승의 추세효과($i - \frac{1}{2}\sigma^2$)와 매 시기 상승 또는 하락하는 무작위 변동효과(σw_t)가 존재하는데, 후자

가 전자보다 더 크게 하락하면 분양가격도 하락할 수 있다.

$$P_t = P_0 e^{\sigma w_t + (i - \frac{1}{2}\sigma^2)t} \quad (5)$$

그런데 이상의 과정에서 옵션계약을 체결하고 난 뒤에 대내·외 개발환경의 악화로 사업 추진이 불가능해지면 옵션가격은 아무 대가없이 지불한 매몰비용(sunken cost)이 되어버리므로 옵션가격(O_t)의 결정은 매우 중요하다. 토지 매매시장이 완전경쟁시장으로 차익거래의 기회가 존재하지 않는다면(No Arbitrage Trading) 옵션가격은 현재와 미래 시점간 토지가격의 차이와 동일해야 하는데, 옵션가격이란 사업주체가 개발을 연기하는 동안 지가상승 위험을 해소하면서 고정된 가격에 토지를 매입할 수 있는 혜택에 대한 대가이기 때문이다. 그러므로 옵션가격이 존재하기 위해서는($O_t > 0$) 미래의 옵션 만기 시점에서는 토지가격이 행사가격보다 높아야 한다는 조건($V_t > B$)이 추가되어야 한다.

이에 따라 토지가격의 상승과 하락 가능성을 고려할 때 옵션가격은 구체적으로 토지가격이 상승하여 행사가격보다 높아질 누적확률($N_1(d_1)$)과 하락하더라도 행사가격보다 높을 누적확률($N_2(d_2)$)에 따라 결정되며($1 > N_1 > N_2 > 0$),³⁾ 이는 곧 옵션가격이 식 (6)과 같이 토지가격이 상승하거나 하락할 확률의 가중평균으로 정의될 수 있음을 의미한다. 그러므로 만약 토지가격이 상승하거나 하락할 누적확률이 동일하다면 옵션가격은 영(0)이 되므로 토지매입을 연기할 이유가 없어진다. 식 (6)은 토지수요가 주택 등 건물의 파생수요(derived demand)라는 점에서 수요의 동조화(coupling)를 상정하여 토지가격과 주택가격의 변동성(σ)을 동일하게 가정하고, Black and Scholes(1973) 모델을 활용하여 표준확률변수에 대한 누적확률을 구체화한 것이다.⁴⁾

$$O_t = N_1(d_1) V_0 - N_2(d_2) B e^{-it} \quad (6)$$

$$d_1 = [\ln \frac{V_0}{B} + (i + \frac{\sigma^2}{2})t] / \sigma \sqrt{t}$$

$$d_2 = [\ln \frac{V_0}{B} + (i - \frac{\sigma^2}{2})t] / \sigma \sqrt{t}$$

2. 최적화 조건

이상 식 (4), (5), (6)으로 구성되는 이윤극대화 모형을 미래 개발시점에 대해 최적화하면 식 (7)와 같은 1계조건이 도출된다. 개발시점을 1년 연기함에 따른 한계비용은 그동안 포기해야 하는 분양수입의 기회비용(iP_t)이고, 한계수입은 그동안 집행을 미루는 토지비와 공사비의 금융소득($i(B+C)$)이다. 이에 비해 분양가격의 변화(δP_t , δ 는 시간에 대한 미분)는 확률분포에 따라 그 방향이 상승이면 한계수입, 반대로 하락이면 한계비용이 된다.⁵⁾ 또한 옵션가격의 변화(δO_t)도 개발환경이 호전되어 토지가격이 상승할 확률이 커질 경우 추가 지불해야 하는 옵션가격($\delta N_1(d_1) V_0$), 반대로 개발환경 악화로 토지가격이 하락할 경우 감소하는 옵션가격($\delta N_2(d_2) B e^{-it}$)과 옵션가격의 기회비용($i N_2(d_2) e^{-it}$)으로 구성되는데, 앞의 두 요소는 식 (7)에서와 같이 통합하여 축약할 수 있다.⁶⁾

$$FOC \quad iP_t + \delta O_t e^{it} = i(B+C) + \delta P_t \quad (7)$$

$$\delta P_t = [\sigma w_t + (i - \frac{1}{2}\sigma^2)] P_t$$

$$\delta O_t = \delta N_1(d_1) V_0 - \delta N_2(d_2) B e^{-it} + i N_2(d_2) B e^{-it}$$

$$= \frac{\sigma V_0}{2\sqrt{\pi t}} e^{-\frac{d_1^2}{2}} + i N_2(d_2) B e^{-it}$$

따라서 최적 개발시점($t = t^*$)의 균형상태에서 차익거래가 없다고 가정할 때, 시간이 흐르면서 지가

가 상승할 누적확률이 커지면($\delta N_1(d_1) > 0$) 옵션가격은 상승하고($\delta O_t > 0$) 반대로 지가가 하락할 누적확률이 커지면($\delta N_2(d_2) > 0$) 옵션가격은 하락한다($\delta O_t < 0$). 나아가 개발시점을 연기하면 옵션을 행사할 시기가 더 많이 남게 되어 옵션의 시간가치가 증가하는 반면 개발시점이 앞당겨지면 행사할 시기가 줄어들어 시간가치도 감소하게 되는데, 이와 같이 옵션이 행사될 가능성에 대한 시간가치는 행사 확률($N_2(d_2)$)과 시간에 대한 기회비용(i)에 의해 결정된다. 그러므로 토지매입 옵션 계약을 체결한 뒤 개발환경에 변화가 없는 상황이라면($\delta N_1(d_1) = \delta N_2(d_2) = 0$), 옵션가격의 변화(δO_t)는 토지가격 하락에 따른 옵션가격의 시간가치($iN_2(d_2)Be^{-it}$)로 근사할 수 있다.

한편 식 (7)을 시장이자율을 중심으로 재정리하면 최적화조건은 식(8)과 같이 이자율(i)과 최적 개발시점(t^*)에서 이윤(개발이익)의 변화율($\delta PV_{t^*}/PV_{t^*}$)간 상쇄관계(trade-off)로 나타난다. 이는 결국 시간의 흐름에 따른 개발이익의 증가율이 이자율과 동일해질 때까지 개발시점을 연기하는 것이 최적화의 이론적 원리임을 의미한다.

$$i = \frac{\delta PV_{t^*}}{PV_{t^*}} \quad (8)$$

$$PV_{t^*} = P_{t^*}e^{-it^*} - Ce^{-it^*} - (B_{t^*}e^{-it^*} + O_{t^*})$$

3. 최적 개발시점

마지막으로 식 (7)의 최적화 1계조건으로부터 최적 개발시점(t^*)은 식 (9)와 같이 도출된다. 최적 개발시점은 불확실성 변수(w_t)를 포함하고 있어 확률분포에 따라 해석이 복잡해지므로, 편의상 평균값($w_t = 0$)을 적용하여 단순화한 수식을 통해 핵심적인 의미 해석에 초점을 맞추도록 한다.

$$t^* = \frac{1}{\sigma w_t + i - 0.5\sigma^2} \ln \left| \frac{i}{0.5\sigma^2 - \sigma w_t} \frac{C + (1 - N_2(d_2))B}{P_0} \right|$$

if $w_t = 0$,

$$t^* = \frac{1}{i - 0.5\sigma^2} \ln \left| \frac{i}{0.5\sigma^2} \frac{C + (1 - N_2(d_2))B}{P_0} \right| \quad (9)$$

최적 개발시점은 기본적으로 공사비, 토지비, 옵션가격 변화를 포함하는 개발비용에 시장이자율을 적용한 금융소득($i(C + (1 - N_2(d_2))B)$)과⁷⁾ 변동성에 의해 추가적으로 확보할 수 있으나 개발을 연기함으로써 포기해야 하는 분양수입($0.5\sigma^2 P_0$)간 상쇄관계로 결정된다. 이 과정에서 미래 시점의 주택가격(P_t)이나 토지가격(V_t)은 개발시점에 영향을 주지 않는데, 향후, 발생할 주택과 토지가격의 변동성(σ)을 제외한 다른 변수들은 현재 시점에서 이미 확정되어 있거나 예측 가능한 범위에서 확인할 수 있기 때문이다.

식 (9)에서 건설공사비(C)는 지역에 따라 큰 차이가 없을 것으로 상정할 때, 지가상승의 기대 확률($1 - N_2(d_2)$)이 높거나⁸⁾ 또는 토지비(B)에 비해 상대적으로 분양가격(P_0)이 낮아 개발잠재력이 충분히 현실화되어 있지 않은 지역일수록 토지매입 옵션을 활용하여 개발시점을 연기할 유인이 클 것으로 예상할 수 있다. 이에 반해 극단적인 경우가 될 수 있지만 지가상승의 기대 확률이 매우 낮거나 토지비에 비해 이미 분양가격이 충분히 높게 형성된 지역에서는 토지매입과 개발을 동시에 수행할 가능성도 있다($t^* \rightarrow 0$).

그런데 식 (9)에서 토지매입 옵션을 활용하여 최적 개발시점을 도출할 수 있는지의 여부는 건물과 토지가격의 변동성(σ)에 의해 직접적으로 영향을 받는다는 점에 주목할 필요가 있다. 먼저 극단적인 경우로서 가격 변동성이 없는 경우($\sigma \rightarrow 0$)에는 개발시점이 무기한 연기될 수 있는데($t^* \rightarrow \infty$), 이는 지가

와 건물분양가가 상승한다는 가정 하에서 일정 시기가 지난 후 개발비용의 금융소득과 일치하는 최적 개발시점을 도출했던 선행연구에서는 찾아볼 수 없었던 결과이다. 반면 가격 변동성이 너무 큰 경우, 또는 보다 구체적으로 분양가격 변화에 따른 수익률 분산의 50%가 시장이자율 보다 큰 경우 ($0.5\sigma^2 > i$)에는 토지매입 옵션 없이 개발시점을 현재 시점으로 앞당기게 되어($t^* \rightarrow 0$) 전면 개발방식과 차이가 없어지게 된다.

따라서 미래 일정 시점에서 옵션을 행사할 수 있는 최적 개발시점이 결정되기 위해서는 ($0 < t^* < \infty$) 가격 변동성이 존재하면서도 그 크기가 이자율을 크게 상회하지 않는 일정 범위 내에 있어야 한다($0 < 0.5\sigma^2 < i$). 이러한 경우 토지매입 옵션 계약을 체결한 이후 지가 또는 주택분양가가 상승하면 이익을 실현하고, 반대로 하락하면 사업 초기에 지불한 옵션비용으로 손실을 고정시키는 위험관리가 가능해진다. 결국 토지매입 옵션을 활용하여 개발사업을 수행할지 여부는 시장이자율과 분양가격 변화에 반영되어 있는 수익률 변동성의 상대적 크기에 의해 결정된다.⁹⁾

IV. 모의실험

1. 토지매입 옵션부 모형의 경제적 효과

지금까지 이론적으로 도출한 토지매입 옵션 모형에 대해 실제 다양한 변수값을 적용하여 수치적(numeric)으로 최적 개발시점 등을 산출하는 모의실험(simulation)을 수행한다.¹⁰⁾ 이를 통해 과거 우리나라의 부동산가격 변동성 등에 기초할 때 사후적(*a posteriori*)이지만 토지매입 옵션부 부동산개발사업의 효과와 활용 가능성을 평가해 보도록 한다. 이에 따라 시계를 되돌려 모의실험의 대상기간을 2008년 글로벌 금융위기 직전인 2007년에서부터

이후 5년간(2007~2011년)으로 설정하고,¹¹⁾ 2007년을 기준으로 당시 토지매입과 동시에 개발에 착수하는 전면 개발방식을 택하였을 경우와 토지매입 옵션을 활용하였을 경우를 비교하도록 한다.

모의실험은 여러 부동산유형 중 풍부한 시계열(time-series) 가격자료를 구할 수 있는 주택을 대상으로 한다. 이에 따라 식 (9)에서 확률변수인 분양가격의 변동성(σ)은 당시 우리나라 부동산가격 변화의 선도지표 역할을 했던 서울을 기준으로 민간부동산정보업체(부동산114)가 제공하는 2007~2011년 연도별 분양아파트 가격 변화를 통해 산정한다. 동일한 기간기준을 적용하여 이 외 모든 변수값은 2007~2011년 평균값을 기준으로 산정하는데, 시장이자율은(i)은 한국은행이 발표하는 3년 만기 국고채 금리, 건설공사비(C)는 국토교통부가 매년 고시하는 건축비¹²⁾를 적용한다. 그리고 분양가격(P_0)은 당시 다양한 부동산 개발사업이 추진되었던 수도권을 대상으로 부동산114가 제공하는 2007년 분양아파트 가격을 사용한다. 토지가격(v_0)은 LH공사 2006~2008년 수도권에 공급한 공동주택건설용지의 평균 분양가격과 조성원가에 기초하여 토지조성비와 분리하여 산정한다.¹³⁾ 이상의 모수(parameter)값은 모의실험 결과와 함께 표 1에 제시되어 있다.

표 1에 제시되어 있듯이 모의실험을 통해 산출한 식 (9)의 최적 개발시점(t^*)은 5.4년으로, 이는 곧 2007년 토지매입 옵션 계약을 체결한 후 5.4년이 경과한 시점에서 옵션을 행사하여 개발에 착수하는 것이 최적임을 의미한다. 이렇게 토지매입 옵션을 통해 개발시점을 조정하면 식 (4)에 의해 최대화되는 이윤(개발이익)은 2007년 현재가치 기준으로 m^2 당 273.4만원으로 산출된다.¹⁴⁾ 이에 비해 만약 2007년 당시 토지매입과 동시에 개발에 착수하였다면($t^*=0$) 개발이익의 현재가치는 m^2 당 69.8만원으로 감소한다. 따라서 토지매입 옵션을 활용한

표 1. 모의실험의 모수값, 최적 개발시점, 민감도

Table 1. Simulation: parameter values, optimal development timing, and sensitivity

구분 category	모수값 parameter	t* optimal timing (year)	모수값 변화에 따른 t* sensitivity analysis	
			-10%	10%
변동성 volatility (σ)	0.22	5.4	12.1	-
이자율 interest rate (i) (%)	4.4		-	8.2
분양가격 housing price (P_0) (10000won/m ²)	349.0		7.5	-
건설공사비 construction cost (C) (10000won/m ²)	116.5		-	9.8
토지가격 land price (V_0) (10000won/m ²)	102.2		-	6.5
토지조성비 land development cost (10000won/m ²)	60.5		-	-

부동산개발방식이 토지매입과 개발을 일괄적으로 수행하는 전면 개발방식에 비해 약 4배 정도 높은 부가 가치를 창출 수 있을 만큼 경제적으로 더 효과적임을 알 수 있다.

2. 변수 민감도 및 모형 활용성

비교정태분석(comparative statics)의 관점에서 다른 모든 변수값이 일정할 때 특정 변수값의 증감에 따라 최적 개발시점이 변화하는 방향성은 식 (9)에서 쉽게 대수적(algebraic)으로 확인할 수 있는데, 토지비(V_0)와 건설공사비(C), 이자율(i)이 커질수록, 그리고 건물분양가격(P_0), 변동성(σ)이 낮아질수록 최적 개발시점은 늦추어진다. 그렇다면 여기서는 보다 구체적으로 민감도 분석(sensitivity analysis)을 통해 각 변수가 동일한 비율로 변화할 때 최적 개발시점이 변하는 상대적 크기를 수치화하여 비교해 보도록 한다.

표 1에는 앞서 모의실험에 투입되었던 가격 변동성과 시장이자율, 분양가격, 토지가격, 건설공사비가 각각 10% 증가 또는 감소할 때 최적 개발시점이 얼마만큼 늦추어지는지가 함께 제시되어 있다. 이에 따르면 가격 변동성에 대한 변화의 폭이 가장 크고, 다음으로 건설공사비, 시장이자율, 분양가격, 토지가격의 순서로 나타난다. 따라서 옵션 행사시점이 가격 변동성에 가장 민감하게 변화한다는 사실

을 고려하면, 토지매입 옵션 관련 의사결정은 결국 사업주체가 미래 부동산가격 변동성을 어떻게 전망 또는 예측하느냐에 따라 가장 크게 영향을 받을 것임을 알 수 있다.

한편 보다 근본적으로 최적 개발시점이 존재하기 위해서는, 즉 토지매입 옵션 계약후 일정 기간내 옵션을 행사할 수 있기 위해서는($0 < t^* < \infty$) 식 (9)에서 가격 변동성(σ^2)의 50%가 시장이자율(i)보다 작아야 한다는 조건을 충족해야 한다. 따라서 지역이나 토지특성의 차이에 따라 이러한 조건의 충족 여부가 달라지는지를 살펴봄으로써 토지매입 옵션부 부동산개발방식이 어느 정도 보편적으로 적용될 수 있는지를 알아보도록 한다.

지역은 행정구역을 기준으로 수도권, 광역시, 기타 지역으로 구분하여 KB은행의 아파트 매매가격 지수를 적용하였고, 토지특성에 따라서는 주거, 상업, 공업, 녹지의 용도지역별로 한국감정원의 토지가격지수를 적용하여 각각 변동성을 산정하였다. 나아가 앞서 민감도 분석의 결과 가격 변동성이 최적 개발시점 결정에 가장 민감하게 영향을 주고 있음에 주목하여, 분석기간을 2007~2011년뿐 아니라 2010~2014년까지 확대하여 변동성을 보다 다양하게 산출하였다.

이렇게 산정한 변동성의 50%($0.5\sigma^2$)를 당해 기간의 평균 시장이자율과 비교한 결과는 표 2에 정리되어 있다. 대체적으로 어느 지역이나 용도지역에

표 2. 지역특성별 토지매입 옵션 적용가능성 검토
Table 2. Applicability of land purchase option by area

구 분 category	변동성 기준 period of volatility	이자율-0.5가격변동성 interest rate-0.5 volatility ($i - 0.5\sigma^2$)			
		2007 ~ 2011년	2008 ~ 2012년	2009~2013년	2010 ~ 2014년
행정구역 administrative area	수도권 capital region	3.05	2.55	2.44	1.99
	광역시* metropolitan cities	0.51	0.41	0.09	-0.14
	기타 others	0.95	0.81	0.32	0.06
용도지역 land use zone	주거 residential	2.35	2.98	3.29	2.96
	상업 commercial	2.44	3.10	3.19	2.86
	공업 industrial	2.43	3.39	3.20	3.07
	녹지 green	2.91	3.68	3.26	2.82

* 광역시는 인천을 제외한 5대 광역시

서도 $0.5\sigma^2$ 이 이자율(i)보다 작아 최적 개발시점의 존재 조건은 충족되는 것으로 나타나, 토지매입 옵션부 부동산개발방식은 지역이나 토지특성의 차이에 크게 관계없이 보편적으로 적용될 수 있음을 확인할 수 있다. 다만 광역시에서 2010~2014년 기간의 변동성을 적용한 경우에만 반대의 결과가 산출되어 이 경우에만 토지매입과 동시에 개발에 착수하는 전면 개발방식($t^* \rightarrow 0$)을 택해야 하는 것으로 나타난다.

지역별로는 어떠한 기간의 변동성을 기준으로 하더라도 항상 수도권이 광역시와 기타 지역에 비해 가격 변동성이 상대적으로 작아 이자율과 변동성의 차이가 크게 나타나기 때문에 토지매입 옵션을 가장 장기적인 관점에서 보유하면서 개발시점을 조정해야 할 필요가 있는 지역으로 평가할 알 수 있다. 용도지역별로는 2007~2011년과 2008~2012년 변동성을 기준으로 하면 주거, 상업, 공업지역의 기성 시가지에 비해 녹지지역이 가격 변동성이 상대적으로 작아 옵션 행사시점을 가장 늦추어야 하는 대상으로 나타나지만, 2009~2013년과 2010~2014년 변동성을 기준으로 하면 그 대상이 주거지역, 공업 지역으로 각각 바뀌기 때문에 일반화된 결론을 도출하기는 어렵다.

V. 결 론

본 연구는 토지가격이나 건물분양가격이 지속적으로 상승할 것이라는 기존의 가정에서 탈피하여, 대내·외적 경제환경 변화로 인해 부동산가격이 하락하는 경우를 포함하여 다양하게 변화할 수 있는 상황에 대비한 새로운 부동산개발방식으로 토지매입 옵션의 활용 가능성을 모색하였다. 이를 위해 토지매입 옵션부 부동산개발방식의 작동원리를 수리모형을 통해 이론적으로 규명하고, 모의실험을 통해 그 경제적 효과와 활용 가능성을 수치적으로 검증하였다. 그 결과 토지매입 옵션을 활용한 부동산 개발방식은 토지매입과 동시에 개발을 수행하는 전면 개발방식에 비해 더 많은 개발이익을 창출할 수 있고, 지역이나 토지특성의 차이에 크게 상관없이 보편적으로 적용될 수 있음을 확인하였다.

이러한 토지매입 옵션부 개발방식의 유용성은 용산 국제업무지구 개발사업과 같이 토지매입에 막대한 자금이 투입되는 대규모 부동산개발사업에서 더욱 중요한 의미를 갖는다. 특히 부지 확보를 위해 대규모 투자가 이루어진 후 부동산가격이 하락하여 사업성을 확보할 수 없게 되면, 이는 개별 사업의 실패로만 끝나는 것이 아니라 부동산시장 전체의

침체를 초래하는 파급효과로 이어진다. 따라서 토지 매입 옵션은 불확실한 미래의 가격 변동성에 대비한 개별 사업주체의 위험관리(risk management) 차원에서 뿐만 아니라 경기하락 국면에서 부동산시장의 연착륙(business soft landing)을 도모하기 위한 측면에서도 널리 활용될 필요가 있다.

그런데 토지가 일상적으로 옵션거래가 이루어지지 않는 실물자산(real asset)이라는 점을 고려하면, 토지매입 옵션의 보편화를 위해서는 먼저 공신력 있는 공공기관에 의해 옵션 발행이 선도적으로 이루어질 필요가 있다. 특히 대형 부동산개발사업은 국가나 지방자치단체가 보유한 대규모 시설부지나 매립지 등 국·공유지를 확보하여 이루어지는 경우가 많으므로, 중앙정부나 지방정부가 국·공유지를 옵션계약을 통해 매각하는 방식을 도입한다면 그 효과가 매우 클 것이다. 이러한 경우 사업성 악화로 개발사업이 진행되지 않더라도 대규모 토지가 방치되어 흉물화되는 현상을 방지할 수 있다. 반면 개발사업이 성공적으로 추진되는 경우에는 본 연구에서 검증하였듯이 전면 개발방식에 비해 더 많은 개발이익이 창출될 수 있기 때문에, 이러한 초과이익을 공공과 공유(benefit sharing)하여 이를테면 개발대상지 주변지역의 기반시설 개선 등을 위해 재투자하도록 할 수 있을 것이다.

현실적으로 이러한 토지매입 옵션부 개발방식의 도입을 위해서는 관련 제도를 보완하기 위한 정책 연구가 뒤따라야 할 것이며, 이는 특히 민간 주체 간 토지매입 옵션 거래의 안정성 확보를 위해 필요할 것이다. 또한 이론적 차원에서도 향후 토지매입 옵션부 부동산개발 모형은 사업주체의 다양한 위험 선호도(risk preference)를 고려하여 보다 정교하게 발전될 필요가 있다.

주1. 이에 따라 개발후 용적률은 100%로 가정함.
 주2. 본 연구에서는 중도에 행사할 수 없고 후기($t=t^*$)

에 1회만 행사할 수 있는 유럽형 콜옵션(call option)을 상정하며, 사업주체는 위험중립적(risk neutral)이라고 가정함. 한편 보다 일반적으로 부동산개발을 수행할 수 있는 권리 그 자체를 옵션으로 볼 수 있는데, 정창무(2007)는 재개발사업에서 토지와 건축물의 소유자인 조합원이 향후 건축될 주택에 대해 분양을 신청할 수 있는 권리인 입주권(딱지)을 옵션의 관점에서 해석한 바 있고, 김혜원·최막중(2011)은 재개발사업에 착수할 수 있는 권리를 실물옵션으로 해석하여 주택가격 변동에 따른 옵션 가치 변화와 최적 재개발 시점을 산정한 바 있음.

- 주3. $N_1 > N_2$ 인 이유는 토지가격이 상승할 경우가 하락할 경우에 비해 $V_t > B$ 가 될 확률이 크기 때문임.
- 주4. 현재 대비 미래 시점의 토지가격 수익률의 표준화률변수 $(\ln \frac{V_t}{V_0} - (i + \frac{\sigma^2}{2})t) / \sigma\sqrt{t}$ 가 현재 시점 대비 행사가격 수익률의 표준화률변수 $(\ln \frac{B}{V_0} - (i + \frac{\sigma^2}{2})t) / \sigma\sqrt{t}$ 보다 커야 한다는 원리에 기초함.
- 주5. 분양가격 변화(ΔP_t)를 결정하는 확률분포(w_t)는 random walk으로 white noise를 시간에 따라 누적한 값이기 때문에 이를 시간에 대해 미분하면 다시 원래의 white noise가 됨.
- 주6. 축약식은 $d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{t}$ 와 누적확률밀도함수를 미분한 확률밀도함수 $\Delta N_1(d_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{d_1^2}{2}}$ 을 이용함.
- 주7. 토지비 행사가격의 금융소득 효과는 옵션 만기가 증가하면서 시간가치에 비례하여 옵션가격을 추가적으로 지불해야 하는 만큼 토지비의 금융소득이 평가 절하되어야 함을 의미함($i(1-N_2)B$).
- 주8. 지가가 하락할 누적확률을 1에서 차감한 값 $(1-N(d_2))$ 은 지가가 상승할 누적확률($N(d_1)$)에 근사하는 것으로 볼 수 있음.
- 주9. 이와 유사하게 시장이자율과 변동성의 크기를 비교하여 최적의 주식 매각시기를 이론화한 연구로는 Yam et. et.(2010)이 있음.
- 주10. 식 (9)에서 확률변수가 개발시점(t)을 포함하고 있어($d_2 = d_2(t)$) 개발시점에 관한 대수적 해(algebraic solution)를 알 수 없으므로 난수(random number)를 발생시켜 탐색적(heuristic) 방법으로 1계조건을 만족시키는 수치적 해(numeric solution)를 찾음.
- 주11. 토지매입에서 건물분양까지의 부동산개발 사업기간 또는 부동산개발 사업주체가 전망할 수 있는 미래 시장여건 변화의 시간적 범위를 5년으로 상정함.
- 주12. 분양가상한제 적용주택의 기본형 건축비 및 가산비용을 기준으로 함.

- 주13. 2006~2008년 공동주택건설용지의 평균 분양가격에 조성원가가 공개된 15개 사업지구의 조성비(기반시설비 포함)와 용지매입비(부담금 포함)의 평균 비율을 적용하여 토지비와 조성비를 분리 산정함.
- 주14. 이 때 옵션가격(O_t)과 행사가격(B)은 m^2 당 각각 18.7만원, 122.6만원으로 산출됨.
4. 최막중·김훈상, 2003. “단계별 개발에 의한 택지개발사업의 최적 개발시점”, 「국토계획」 38(2): 89-97. Choi, M. J., Kim, H. S., 2003, "Phasing of Land Development and the Optimal Development Timing", *Journal of Korea Planners Association*, 38(2): 89-97.
5. Arnott, Richard. and Frank Lewis, 1979. "The Transition of Land to Urban Use," *Journal of Political Economy*, 87(11): 161-169.
6. Black, F. and M. Scholes, 1973. "The Pricing of Options and Corporate Liabilities", *Journal of Political Economy*. 81: 637-654.
7. S.C.P. Yam, S.P. Yung, and W. Zhou, 2010. "Optimal selling time in stock market over a finite time horizon", *Acta Mathematicae Applicatae Sinica*, English Series. 28(3): 557-570.

인용문헌

References

1. 김혜원·최막중, 2011. “주택가격 변동성이 옵션가치와 재개발 시점에 미치는 영향”, 「국토계획」, 46(3): 133-141.
Kim, H. W., Choi, M. J., 2011. "The Effects of Housing Price Volatility on Option Value and Timing of Residential Redevelopment", *Journal of Korea Planners Association*, 46(3): 133-141.

2. 김훈상, 2010. "주택건설사업의 토지와 자본의 최적 투입 시점 및 규모", 서울대학교 박사학위논문.
Kim, H. S., 2010. "The Optimal Development Timing and Density of Housing Construction", Ph. D. Dissertation, Seoul National University.

3. 정창무, 2007. “재개발 입주권(딱지) 가격 형성 요인에 관한 연구”, 「국토계획」, 42(2): 123-135.
Jung, C. M., 2007. "A Study on the Housing Option Price of Urban Redevelopment Areas", *Journal of Korea Planners Association*, 42(2): 123-135.

Date Received 2015-06-11
Date Reviewed 2015-08-07
Date Accepted 2015-08-07
Date Revised 2015-08-11
Final Received 2015-08-11